Приложение № 4
к образовательной программе высшего образования – программе магистратуры
по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика
(направленность (профиль) «Финансовая математика и финансовые технологии»)

АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»
(АНОО ВО «УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 7835bcdac1c89a3da835a18f6045494f3f404337
Владелец: Некрасова Людмила Андреевна
Действителен: с 08.07.2026 до 08.07.2027

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Случайные процессы и стохастические дифференциальные уравнения»

1. Трудоемкость дисциплины (модуля): 3 з.е.

2. Место дисциплины (модуля) в учебном плане:

Обязательная часть «Профессиональной подготовки» в рамках Блока 1. Дисциплины (модули), реализуется в 1 семестре.

3. Цель дисциплины (модуля): освоение обучающимися теории случайных процессов и методов стохастического анализа как универсальной базы для последующего изучения всех дисциплин в области финансовой математики

4. Задачи дисциплины (модуля):

– освоить основные понятия и классификации случайных процессов, включая мартингалы, семимартингалы и процессы Леви;

– сформировать навыки построения и анализа стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) для моделирования динамики финансовых активов;

– развить умение применять формулу Ито и преобразование Ито-Дёблина для решения задач стохастического анализа;

– обучить методам численного решения СДУ и анализа их свойств (слабые и сильные решения);

– изучить и научить применять уравнения Колмогорова (прямое и обратное) и формулу Фейнмана-Каца для решения задач финансовой математики;

– научить калибровке моделей на основе уравнения Фоккера-Планка и нелинейного обратного уравнения Колмогорова.

5. Перечень разделов (тем) дисциплины (модуля) и их краткое содержание:

Наименование раздела (темы) дисциплины (модуля)	**Краткое содержание**
Введение.	Предмет, объект исследования, цели, задачи и методы финансовой математики. Цены и объемы финансовых инструментов как случайные процессы, СДУ как инструмент решения задач финансовой математики.
Раздел 1. Случайные процессы, функции распределения.	Условные распределения и условные математические ожидания.
Раздел 2. Мартингалы, суб- и супер-мартингалы, локальные мартингалы, семимартингалы.	Мартингалы, семимартингалы, суб- и супер-мартингалы, локальные мартингалы.
Раздел 3. Винеровский и пуассоновский процессы, процессы Леви.	Формула Леви-Хинчина. Теорема Колмогорова для случайного процесса.
Раздел 4. Марковские процессы	Уравнение Чепмена-Колмогорова. Генератор марковского процесса.
Раздел 5. Интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ).	Преобразование Ито-Дёблина для процессов Леви. Слабые и сильные решении СДУ. Теоремы о существовании и единственности решений СДУ. Теоремы Гирсанова для диффузионных процессов и

	теорема Скорохода для скачкообразных процессов.
Раздел 6. Примеры СДУ для цен основных классов финансовых активов.	Геометрическое броуновское движение, процесс Орнштейна-Уленбека, процесс CIR. Свойства решений.
Раздел 7. Обратное уравнение А. Н. Колмогорова. Формула Фейнмана-Каца	Связь с уравнениями Блэка-Шоулса-Мертона (BSM) в теории опционов.
Раздел 8. Уравнение Фоккера-Планка.	Уравнение Фоккера-Планка (прямое уравнение А.Н. Колмогорова) в частных производных.
Раздел 9. Нелинейное обратное уравнение Колмогорова.	Сопряженность пространственных операторов Фейнмана-Каца и Фоккера-Планка. Связь уравнения Фоккера-Планка с экономической моделью Эрроу-Дебрё. Калибровка.

6. Образовательные результаты освоения дисциплины (модуля):

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**
ПК-1. Способен осуществлять математическое моделирование стохастической динамики цен и ликвидности на финансовых рынках	ИПК-1.1. Применяет знания аппарата стохастических дифференциальных уравнений
	ИПК-1.2. Реализует стохастические дифференциальные уравнения для основных классов финансовых активов
	ИПК-1.3. Строит и анализирует модели с локальной и стохастической волатильностью и скачками
	ИПК-1.4. Строит плотности распределения, условные математические ожидания и моменты для моделей, выраженных в форме стохастических дифференциальных уравнений